

# *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática*

## *Formación docente*

Raimundo Olfos, Elisabeth Ramos y Diana Zakaryan (coordinadores), Barcelona, Graó, 2019

### **Alma del Rosario González Cimé\***

El libro que se reseña, coordinado por Raimundo Olfos, Elisabeth Ramos y Diana Zakaryan, académicos del Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, parte de la idea de que la didáctica de la matemática es un referente para la formación inicial y continua. En el prólogo, el Dr. João Pedro da Ponte, del Instituto de Educación de la Universidad de Lisboa, menciona que es un “campo de trabajo multifacético, académico, profesional y formativo” (p. 10), ya que cuenta con teorías y metodologías que guían el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, tanto para investigadores y formadores como para docentes en formación y en ejercicio. En este sentido, el libro presenta diferentes investigaciones de corte cualitativo enfocadas a la formación inicial y continua de docentes de matemática de los diferentes niveles de la educación chilena.

La obra es resultado de los trabajos de investigación realizados por académicos del programa de posgrado en Didáctica de la Matemática del Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso en colaboración con académicos de otras instituciones de Colombia, España y México. Este encuentro permite la colaboración entre investigadores de didáctica de la matemática de países de habla hispana, así como el conocimiento de las diferentes investigaciones que éstos realizan; estas últimas constituyen una herramienta enriquecedora en la formación y práctica de muchos docentes de matemática, quienes al leer esta obra podrán reflexionar y aplicar esas reflexiones en su práctica.

El libro consta de ocho capítulos que se desarrollan en 335 páginas. En el primer capítulo, “Validación de un dispositivo para desarrollar la capacidad de enseñanza sobre la cuantificación en futuras educadoras de párvulo”, Raimundo Olfos, Tatiana Godoy y Sergio Morales exponen la falta de investigación en formación inicial de docentes de educación parvularia (3 meses a 6 años de edad) en matemática, en cuanto a contenido, metodología y práctica. En el caso de México, la situación es similar: existen pocos estudios sobre el tema para la formación inicial

\* Estudiante de la Maestría en Innovación Educativa de la Universidad Autónoma de Yucatán (México). Esta reseña se realizó con el apoyo del CONACyT, como parte del programa de Maestría en Innovación Educativa de la Universidad Autónoma de Yucatán. CE: [alma.glezc@outlook.com](mailto:alma.glezc@outlook.com)

y continua de docentes de educación preescolar, tal y como lo reportan Cárdenas (2015), Cortina y Peña (2018) y Robledo (2007).

Los autores proponen evaluar un dispositivo llamado “sistema de andamiaje”, con el cual se pretende desarrollar la capacidad de enseñanza de la matemática de futuras profesoras de educación parvularia. Este dispositivo está conformado por el análisis de videos, la metodología de estudio de clases y el desarrollo de tareas profesionales.

En ese sentido, para desarrollar la capacidad de enseñanza los autores plantean la necesidad de profundizar de manera conceptual y práctica tres aspectos: el conocimiento del contenido, el conocimiento pedagógico del contenido sobre el pensamiento matemático y el conocimiento pedagógico del contenido sobre la enseñanza.

Específicamente el curso realizado buscó que las futuras educadoras activaran sus conocimientos matemáticos, interpretaran tareas hechas por sus estudiantes y diseñaran tareas. Los resultados obtenidos evidenciaron que las profesoras profundizaron sus conocimientos matemáticos y mejoraron su puesta en práctica en el aula.

Si bien el estudio reporta buenos resultados, conviene profundizar y preguntar ¿qué tan fácil o difícil fue para las educadoras el análisis y, más aún, el diseño de tareas?, ¿qué aspectos favorecen u obstaculizan ese diseño? Lo anterior debido a que, en mi experiencia como asesora de un programa de acompañamiento docente en el nivel primaria, para los docentes es difícil realizar análisis y diseño de tareas, aunque hayan profundizado sus conocimientos matemáticos.

En el segundo capítulo, “El análisis didáctico como una herramienta en la formación inicial y continua de profesores de matemática”, Elisabeth Ramos-Rodríguez, Macarena Valenzuela y Pablo Flores proponen el análisis didáctico como una herramienta para cursos de formación docente, pues éste permite la selección, diseño, implementación y evaluación de tareas. El método de análisis didáctico es un ciclo compuesto por el análisis conceptual, de contenido, cognitivo, de la instrucción y evaluativo de las tareas matemáticas escolares.

En el estudio se trabajó con profesoras de educación básica a partir de un curso: un grupo estuvo conformado por docentes en formación respecto al tema de fracción y el otro por una profesora recién egresada con el tema de ecuación de primer grado. El curso se organizó en tres partes: la elaboración de un plan de clases, el análisis didáctico y un rediseño del plan inicial. Los resultados obtenidos evidenciaron que las docentes en formación se preocupan más por las dificultades de aprendizaje y por la coherencia entre objetivos y tareas, así como por contextualizar, mientras que la profesora novel, además de lo anterior, reconoce los diferentes registros de representación y cómo éstos influyen en el logro del aprendizaje.

Cabe resaltar que las tareas realizadas (la inicial y el rediseño) por ambos grupos de profesoras son lúdicas y de tipo procedimental, lo cual es reconocido por los investigadores como una limitante. Los resultados

obtenidos en este estudio responden a la primera pregunta planteada en el cierre de la sección anterior; cuando el diseño de tareas es fruto de una reflexión de tipo matemática o didáctica por parte de docentes, no es una tarea sencilla y tampoco implica que la ampliación del conocimiento del docente se traslade efectivamente a la práctica.

Lo anterior invita a reflexionar ¿qué hace falta para que un profesor, después de pasar por un proceso de análisis y reflexión, sea capaz de diseñar tareas matemáticas efectivas? Sin lugar a duda el análisis didáctico es una herramienta que contribuye al desarrollo profesional docente; al mismo tiempo, la guía de algún asesor en el proceso sería enriquecedor para que los profesores transiten de una matemática procedimental a una conceptual y hacia la articulación de éstas en el aula de clases.

En el tercer capítulo, “Comprensión de la media aritmética por profesores de secundaria en formación inicial”, Soledad Estrella, Hugo Alvarado y Lidia Retamal hablan acerca de la representatividad de las medidas de tendencia central (media, mediana, moda), y posteriormente, se centran en la media aritmética. Los autores señalan que es necesario que el estudiante primero comprenda aspectos como equilibrio, compensación y representatividad, porque es un saber matemático clave para comprender otros conceptos, tanto en estadística descriptiva como en inferencia estadística y probabilidad.

En este capítulo los autores refieren un estudio con 41 profesores en formación de alumnos de nivel medio (14 a 18 años) acerca de su comprensión respecto a la media aritmética mediante un problema en el que se busca el mejor estimador de un valor desconocido en presencia de errores de medida.

Los resultados obtenidos develan que la mayoría de los profesores seleccionan a la moda como el valor más representativo para la situación o calculan la media incluyendo el dato atípico. En contraste, son pocos los que realizan un análisis de la situación, eliminan el dato atípico y posteriormente calculan la media. Asimismo, pocos profesores utilizan la mediana como dato representativo, y los que lo hacen no argumentan sobre las características de la variable y su distribución.

Definitivamente, es necesario que los profesores que enseñan estadística en cualquier nivel educativo profundicen sus conocimientos matemáticos y didácticos. No es lo mismo una tarea cuyo tratamiento se enfoque únicamente en que el estudiante conceptualice a la media aritmética a partir de su algoritmo, es decir, meramente procedimental, a diferencia de una donde se incluyan los aspectos de equilibrio, compensación y representatividad. Esto último para todas las medidas de tendencia central.

En México, en secundaria la asignatura de estadística forma parte del eje “Manejo de la información”, en el cual se plantea el desarrollo del pensamiento matemático. Al mismo tiempo, en el nivel medio superior se busca el desarrollo de competencias encaminadas a la toma de decisiones a partir del uso de herramientas estadísticas. Si bien lo plasmado en los currículos proporciona una dirección a seguir, los autores del

capítulo evidencian la necesidad de formar al profesorado justamente en ir más allá de la enseñanza de algoritmos. Es importante reorganizar la práctica encaminada hacia el desarrollo de un pensamiento estadístico, el cual requiere leer, interpretar, analizar y comunicar información para la toma de decisiones (Aparicio *et al.*, 2018).

En el cuarto capítulo, “Sistemas de ecuaciones lineales: algunas reflexiones para su enseñanza y aprendizaje desde un estudio de clases”, Patricia Vásquez, Jaime Mena y Miguel Rodríguez plantean la problemática de que los sistemas de ecuaciones lineales son un tema previo pero desligado de conceptos como espacio vectorial, dependencia lineal, base y dimensión, entre otros, que se trabajan en álgebra lineal. Además de lo anterior, las investigaciones han reportado la dificultad para la enseñanza y aprendizaje de esta rama de la matemática en el nivel universitario, en el que prevalecen prácticas algorítmicas.

Por ello, los autores realizan un estudio con profesores de posgrado a los que se les indica preparar e implementar una clase utilizando la metodología de estudio de clases, cada uno desde la perspectiva teórica de su elección. Para interpretar los resultados los autores utilizaron el Espacio de Trabajo Matemático (ETM). Este constructo se desarrolla cuando una comunidad reflexiona y resuelve problemas matemáticos en torno a un saber y su práctica docente.

Respecto al estudio de clases, los resultados obtenidos evidencian que su uso como metodología de desarrollo profesional favorece la creación de un espacio colaborativo entre docentes, en donde cada uno aporta con base en sus capacidades y experiencias sobre la matemática, metodología y conocimiento de los alumnos. Por otro lado, el espacio de trabajo matemático permite realizar un mejor análisis a priori y a posteriori respecto del diseño e implementación de la clase de sistemas de ecuaciones lineales.

El trabajo desarrollado por los autores muestra que la conformación de grupos de profesores de matemática en espacios de análisis y reflexión genera un avance en el conocimiento matemático y didáctico, así como un aumento en sus habilidades y actitudes para su práctica docente. Por ello, los programas de formación docente, además de encaminarse hacia el desarrollo de conocimientos, deberían tomar en cuenta la conformación de colectivos de docentes.

En el quinto capítulo, “Aprendizaje de las cónicas en la geometría del taxista mediante una secuencia didáctica basada en los modos de pensamiento de Sierpinska”, Marcela Parraguez, Daniela Bonilla y Leonardo Solanilla plantean una problemática existente en la geometría analítica, en específico para las cónicas. Los autores mencionan que en el tratamiento otorgado a estos objetos matemáticos prevalecen aspectos algebraicos, es decir, centrados únicamente en el uso de las ecuaciones que describen dichas cónicas, lo que no da lugar a su comprensión como lugares geométricos.

Los autores del capítulo proponen el estudio de las cónicas bajo el enfoque de una geometría no euclidiana, a saber, la geometría discreta

del taxista. Para quienes no estén familiarizados con ese tipo de geometría, básicamente se trabaja con una versión discreta de plano cartesiano en donde se hace referencia al recorrido que realiza un taxista que sólo puede moverse de norte a sur o de este a oeste, pero no en diagonal (atravesando las cuadras).

Para la realización del estudio se trabajó con profesores de enseñanza media a través de talleres en los que se les presentó y explicó una secuencia diseñada para el aprendizaje de las cónicas fundamentada en los modos de pensamiento de Sierpinska. Asimismo, dichas actividades se discutieron, adaptaron e implementaron en los grupos de los participantes, para finalmente validar la secuencia.

De acuerdo con los resultados, la mayoría de los estudiantes logra comprender las cónicas como lugares geométricos; el uso del plano discreto ayuda como herramienta para “descubrir” las propiedades de cada cónica. También se resaltó que la cónica más difícil de comprender fue la parábola y que el tránsito del pensamiento sintético-geométrico al analítico-aritmético fue el más difícil para los estudiantes, es decir, el establecimiento de ecuaciones. Con respecto a los docentes, éstos reconocen las bondades del uso en el aula de este tipo de geometría.

El lector se habrá dado cuenta de que, en todos los capítulos del libro presentados hasta ahora, el elemento invariante mostrado a modo de problemática han sido los tratamientos algorítmicos subyacentes en la práctica docente. En ese sentido, y a propósito de este último capítulo, ¿usted implementaría en su aula actividades con la geometría discreta del taxista? Sin duda, ésta es una propuesta valiosa, aunque poco conocida, que valdría la pena discutir y reflexionar en academias de docentes con el fin de valorar su pertinencia e implementación.

En el sexto capítulo “El discurso matemático escolar y la noción de clasificación”, Astrid Morales, Arturo Mena-Lorca y Marcos Barra señalan que el proceso de clasificar está presente en muchas áreas del conocimiento y, en específico para la matemática, la clasificación es una de las ideas centrales para su desarrollo. Es por ello que, bajo el enfoque de la socioepistemología, los autores proponen el estudio de este proceso en el aula y el rediseño del discurso matemático escolar, encaminado a una matemática más funcional para los estudiantes, en donde la clasificación sea tratada como una práctica social.

En ese sentido, los autores muestran algunas actividades para atender a la clasificación como una práctica transversal para diferentes niveles, básico, medio y superior. Las tres situaciones fueron implementadas con profesores en formación de los niveles mencionados. El objetivo del primer diseño fue la resignificación del polígono a través del análisis de figuras geométricas en donde se propició la clasificación. Los resultados encontrados fueron que la clasificación de figuras permite a los docentes establecer relaciones e identificar patrones; describir diferencias, así como desarrollar la observación y comprensión de los elementos de las figuras geométricas.

El segundo diseño tuvo como objetivo estudiar los argumentos que utilizan los docentes en formación cuando clasifican figuras planas usuales y no usuales. Los resultados encontrados fueron que la práctica de clasificar permite la emergencia de nuevas formas de comprender las propiedades de figuras, así como clasificarlas en categorías que no están presentes en el ámbito escolar.

Finalmente, el último diseño no fue implementado con profesores, más bien se trata de una propuesta para llevar al aula, y su intención es ligar la partición con la relación de equivalencia, ambas nociones presentes en la práctica de clasificar. Además, señalan que al implementar el diseño es importante registrar cómo los estudiantes o docentes utilizan las nociones mencionadas de manera natural y cómo ello les ayuda a argumentar y tomar decisiones.

Esta propuesta encaminada a rediseñar el discurso matemático escolar y descentralizarlo de objetos y procedimientos hacia prácticas y significados es una herramienta que se puede complementar con las planteadas por otros autores en los capítulos anteriores, de tal modo que en el diseño e implementación de cursos o talleres que busquen desarrollar conocimientos se realice un seguimiento a la práctica real del docente orientándolo a la transformación de su discurso.

En el séptimo capítulo “Relaciones entre la argumentación en el aula de matemáticas y la mirada profesional del profesor”, Manuel Goizueta y Horacio Solar señalan la transición en el enfoque de la enseñanza y aprendizaje de la matemática centrada en el contenido a la basada en el desarrollo de competencias. Los autores señalan que la argumentación es una competencia que permite formar estudiantes más reflexivos, participativos, analíticos y críticos. De igual manera sostienen que dicha competencia favorece la construcción colectiva del conocimiento matemático en el aula, ya que su base es el diálogo entre los participantes.

En ese sentido, los autores señalan la necesidad de que el docente no solamente desarrolle esa competencia, sino también una mirada profesional, para lo cual requiere desarrollar cierta sensibilidad. El docente debe ser capaz de identificar elementos relevantes en las explicaciones, argumentos o comentarios de sus estudiantes, e interpretarlos en relación con el contenido matemático y la competencia a desarrollar para finalmente actuar ante ello y facilitar el aprendizaje.

Lo anterior se pone a prueba con profesores de formación inicial y continua con el uso de un modelo denominado “mejoramiento de la experiencia docente”, el cual consta de cuatro etapas: la primera consiste en el análisis de la práctica docente para comprender cómo se da el proceso de argumentación; la segunda etapa consiste en el análisis de la práctica docente personal con el objetivo de apropiarse de estrategias para promover la argumentación; la tercera se refiere al diseño de clases y la cuarta a la evaluación del proceso realizado (desempeño del docente, de las clases, etc.).

Los resultados encontrados fueron que los profesores que desarrollaron su mirada profesional tuvieron una mayor gestión de la clase de

matemática en torno a la argumentación, y permitieron el diálogo; sin embargo, algunos profesores presentaron dificultades al momento de gestionar, reflexionar y evaluar oportunidades de aprendizaje en relación con la argumentación, por lo que los autores sugieren la necesidad de programas de formación en ese sentido.

El capítulo sugiere una reconfiguración de la dinámica en la clase de matemática: en vez de ser un espacio centrado en la cátedra docente, debe ser un espacio de diálogo y reflexión guiados por la argumentación, en donde el alumno tenga opinión y libertad de expresar ideas sobre matemática.

En el capítulo ocho, “¿Cómo los profesores hacen prácticas matemáticas en sus aulas?”, Diana Zakaryan y Leticia Sosa plantean que el conocimiento disciplinar del docente es el elemento principal para su desarrollo profesional. El objetivo del capítulo es realizar una revisión bibliográfica respecto del uso del modelo denominado *mathematics teacher’s specialized knowledge*, el cual considera dos ejes o dominios principales de conocimiento del profesor de matemática: el conocimiento didáctico del contenido y el conocimiento matemático. Este último se subdivide en tres categorías: el conocimiento de los temas, el conocimiento de la estructura de la matemática y el conocimiento de la práctica matemática, que es el foco de estudio para los autores.

El conocimiento de la práctica matemática se refiere a cómo crear, hacer o producir matemática, es decir, al conocimiento del lenguaje matemático formal y las formas de validar y proceder en matemática. En pocas palabras, de realizar demostraciones matemáticas. Este constructo específico del modelo se analiza para la educación infantil, primaria, secundaria y superior.

De acuerdo con los resultados, el uso del lenguaje matemático adquiere cierta relevancia desde el nivel infantil, en donde se usa de manera incompleta, pero a pesar de ello se sugiere emplear de manera correcta. En el nivel primaria se aborda el uso de los símbolos matemáticos de manera correcta y su comprensión; para ello el profesor no solamente debe fomentar el uso de un algoritmo, sino la comprensión de significados, juicios y razones empleados en los procedimientos. En el nivel secundaria se realizan demostraciones formales o no formales y finalmente, en el nivel superior, demostraciones formales. Para todos los niveles se encontró la necesidad de justificar y promover diversas formas de pensar. A modo de cierre los autores destacan que el docente debe promover las prácticas anteriores en torno a la demostración, pero para ello es necesario que desarrolle la capacidad de evaluar argumentos, justificaciones y modos de representar los argumentos por parte de los estudiantes.

Para concluir la reseña de *Aportes a la práctica docente desde la didáctica de la matemática: formación docente* se destacan sus principales contribuciones. En primer lugar, las investigaciones realizadas ofrecen una perspectiva para tratar con problemáticas relativas a la enseñanza y aprendizaje

de la matemática para diferentes niveles de la educación; en segundo lugar, brinda herramientas para el desarrollo profesional docente, desde aspectos matemáticos, didácticos y metodológicos, que bien se podrían adaptar a programas de profesionalización docente. Finalmente, sólo queda resaltar la importancia de seguir realizando investigaciones en didáctica de la matemática, campo de estudio que guía la práctica de los involucrados en la educación matemática, tal y como esta obra ha evidenciado.

## REFERENCIAS

- APARICIO, Eddie, Landy Sosa, Leslie Torres y Karla Gómez (2018), *Reconceptualización del saber matemático en educación básica*, Mérida, Universidad Autónoma de Yucatán.
- CÁRDENAS, Teresita (2015), "Propuesta para atender el aprendizaje del número en educación preescolar", en Arturo Barraza y Teresita Cárdenas (eds.), *Proyectos de innovación didáctica para la mejora de la práctica docente*, México, Instituto Universitario Anglo Español, pp. 154-174.
- CORTINA, José Luis y Jesica Peña (2018), "Nociones numéricas de alumnos mexicanos de tercero de preescolar", *Educación Matemática*, vol. 30, núm. 3, pp. 101-121.
- ROBLEDO, Lourdes (2007), *La enseñanza de las matemáticas en preescolar*, Tesis de Maestría en Desarrollo Educativo, México, Universidad Pedagógica Nacional.